



Errores típicos en los conocimientos matemáticos de estudiantes de primer semestre de ingeniería

Jair Zambrano Castro¹

Recibido: febrero 01 de 2013 Aprobado: abril 02 de 2013

Resumen

Los problemas asociados a la deserción estudiantil en el primer año de estudio de una ingeniería han sido causa de multitud de estudios, algunos de ellos analizados desde la perspectiva socio económica; sin embargo, no han abundado las investigaciones sobre el modo de pensar de los estudiantes y los tipos de conocimientos aplicados a la hora de resolver problemas en matemática. Este artículo explora trabajos recientes en los que se ha hecho hincapié en la forma como los estudiantes buscan solución a problemas matemáticos durante su primer año de estudio universitario. Se enfoca en dos aspectos fundamentales que acompañan al estudiante de primer año: primero los errores que usualmente se cometen en matemáticas y segundo, los conocimientos aplicados en la resolución de problemas.

Palabras clave: matemática, errores comunes, conocimientos, educación, ingeniería, declarativo, estratégico, procedimental, estrategias, aprendizaje, solución de problemas.

Abstract

The problems associated with dropouts among the first year engineering students have been analysed by various studies especially from socio-economic perspective. However, studies on the mindset of students and the types of knowledge they apply when solving problems in mathematics, have received rather a little attention. This review article explores several recent studies where the emphasis is on how students face problem solving in mathematics during their first year of university study. Hence, this article focuses on two fundamental aspects that accompany the freshman: errors usually committed in mathematics and the knowledge students apply in solving problems.

Keywords: mathematics, common mistakes, knowledge, education, engineering, declarative, strategic, procedural, strategies, learning, problem solving.

1 Magister en Tecnología Educativa

I. INTRODUCCIÓN

Según estudios de diversos autores (Xiaobao, 2008; Cadenas, 2007; Cervantes, 2007 y Cossio, 1999), uno de los grandes problemas que afrontan los estudiantes al llegar a su primer semestre de universidad es la falta de dominio de la matemática, lo que se convierte en una tarea ardua para el profesor, quien debe no sólo limitarse a dar la clase sino que debe generar estrategias que lleven al estudiante a desarrollar ejercicios extraclase que le permitan percatar el error y luego, con otros tantos, corregirlos.

No obstante, se ha evidenciado que la necesidad de ajustarse a un programa no permite que el profesor de la asignatura dedique mucho tiempo a este tipo de situaciones, por lo que el estudiante no logra afianzar completamente el conocimiento y el error persiste, surgiendo la problemática en semestres superiores. Cossio (1999) afirma que es importante incorporar de una manera decidida, el uso del computador en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, lo que sería de utilidad para evitar tantos fracasos y deserción en el primer semestre de universidad para estudiantes de ingeniería.

Preguntas como ¿por qué se presentan tan recurrentemente errores comunes en la solución de problemas de álgebra?, ¿por qué se siguen presentando en semestres posteriores en estudiantes de ingeniería? ¿qué tipo de conocimientos poseen los estudiantes cuando ingresan a la universidad? y ¿cómo se pueden resolver o por lo menos reducir considerablemente estos errores? Estos interrogantes son motivadores para realizar estudios que lleven a reducir estos vacíos cognitivos en los estudiantes.

Acerca del tema existe una gran variedad de referencias sobre la solución de problemas, las cuales abarcan más de dos décadas, no obstante, en el presente artículo se analizarán algunas de las más importantes, para lo cual se ha hecho una revisión de algunos artículos y textos, haciendo hincapié en la didáctica de la matemática, el tipo de conocimiento aplicado por los estudiantes y algunas sugerencias de cómo mejorar los conocimientos de los estudiantes expuestas por expertos.

Este trabajo se justifica en razón de la conveniencia que representa evitar los fracasos en los cursos de matemática en el primer semestre (Cadenas, 2007), lo cual causa decepción y muchas veces deserción estudiantil. Este hecho preocupa a la administración de las instituciones de educación superior que han generado departamentos o unidades de bienestar y asuntos estudiantiles, centrados en el acompañamiento de los estudiantes con el fin de mejorar la tasa de

retención y a su vez, colaborar en aspectos académicos y de ayuda psicológica de los estudiantes cuando se necesite.

Las falencias que se presentan en esta área del conocimiento se pueden emplear como instrumento motivador y como punto de partida para exploraciones matemáticas creativas por parte de los estudiantes, lo que implicaría que se desarrollaran actividades de identificación, planteamiento y resolución de problemas. Además, esto puede proporcionar una comprensión más completa y profunda del contenido matemático y la matemática, cuando se parte de un problema real (Abrate, Pochulu y Vargas, 2006).

El conocer las fallas que los estudiantes cometen en la resolución de problemas matemáticos ayuda a implementar programas de mejora en la didáctica de la materia en sus diferentes niveles, proporciona elementos de soporte para capacitar a los profesores en nuevas formas de enseñar y muestra a la comunidad la preocupación de la institución por brindar un servicio educativo de calidad.

El uso de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones - TIC proporciona una herramienta invaluable como medio para aminorar las falencias de los estudiantes, por lo cual se hace necesario que los docentes estén capacitados en el uso de las diversas herramientas informáticas que puedan redundar en beneficio de los estudiantes de primer año.

II. ERRORES TÍPICOS EN LA MATEMÁTICA

Los trabajos dedicados a estudiar los vacíos en matemáticas de los estudiantes en su primer semestre de ingeniería se basan en encuestas y cuestionarios a los cuales se ven sometidos cuando ingresan a la universidad; los métodos son principalmente de tipo estadístico descriptivo, en los cuales se selecciona un grupo y se le presenta un cuestionario que luego es analizado a la luz de diversas técnicas estadísticas.

Hay estudios de gran envergadura como los realizados por Abrate, Pochulu y Vargas (2006), y por Del Puerto, Minnaard y Seminara (2004) que involucran varios investigadores y muestras grandes.

A través de la revisión de los estudios realizados en los últimos tiempos, se evidencia que el problema en cuestión no se presenta solo a nivel local, sino que es generalizado en Latinoamérica, donde se han concentrado esfuerzos investigativos especialmente en Argentina y Colombia, pasando por México, Estados Unidos y España, demostrando así que las dificultades

son un común denominador académico, independientemente de la riqueza o cultura del país.

El autor de este artículo propone la definición de un error típico en matemáticas como toda acción y empleo equivocado de conceptos básicos en el momento de resolver un problema.

El estudio de los errores se puede abordar desde diferentes ópticas, partiendo de su categorización (Pochulu, 2006; Del Puerto, 2004, y Dawkins, 2006), la detección del error (Sánchez, 2004), junto con el análisis psicológico y diagnóstico (Lago, 2000, y Sánchez, 2004). Estos aspectos se encuentran soportados en una revisión cronológica de los diferentes estudios que se han realizado a lo largo de los últimos 70 años en países como Alemania, Estados Unidos, Unión Soviética y España (Ricóm, 1995), cuyos trabajos se enfocan principalmente en la educación primaria, en los primeros años de la secundaria, y en campos como análisis, causas, elementos y clasificación, tratamiento curricular, formación de docentes para detectar, analizar e interpretar y tratar los errores. Entre los pocos estudios que se enfocan en los estudiantes que ingresan a la universidad, se destacan los trabajos de Cossio (1999) y Cadenas (2007); no se han encontrado estudios específicos sobre los tipos de conocimientos que los estudiantes de ingeniería aplican a la hora de resolver problemas típicos en álgebra en su primer curso.

Entre los resultados encontrados de los autores mencionados, se destacan especialmente aquellas fallas debidas al manejo inadecuado del lenguaje, el uso de asociaciones incorrectas y a las deficiencias en la recuperación de la información (Pochulu, 2006). De otra parte, Cervantes (2007) menciona las posibles causas para caer en errores y las clasifica en cuatro categorías a saber: tendencia generalizada a usar reglas, propiedades y definiciones de la primera forma en que fueron vistas independiente de tener otras más eficientes, uso inapropiado de una regla conocida, adaptación incorrecta de una regla conocida al resolver un nuevo problema y la suposición de que en una regla general se puedan cambiar componentes

La equivocación hace parte de un error en el proceso de adquisición de conocimiento durante el aprendizaje, no se presenta al azar sino que surge de conocimientos previos mal adquiridos o de la ausencia de los mismos; en este sentido, el error se debe utilizar como medio de diagnóstico para encontrar deficiencias en la construcción del conocimiento y como herramienta para invitar al aprendiz a su análisis y corrección.

Abrate, Pochulu y Vargas (2006) plasman los errores que los docentes detectan con más frecuencia entre

sus estudiantes, su persistencia y la causa de ella. Los resultados de este estudio, realizado por medio del análisis de las respuestas dadas a un instrumento, confirman errores en linealización, aplicación de la propiedad distributiva, división por cero y manejo de potencias, que son errores sobre los cuales se apoya este trabajo.

Dawkins (2003) hace un recuento de errores que los educandos cometen y que van desde los errores matemáticos comunes hasta su manifestación en operaciones más elevadas como integración y diferenciación. Su única meta es mostrar esos errores para que sus estudiantes de Cálculo I los tengan en cuenta a la hora de trabajar talleres y ejercicios de la materia.

Acorde con Abrate et al (2006), los errores en la matemática se pueden clasificar en siete categorías que van desde deficiencias en el lenguaje hasta ausencia de conocimientos previos, pasando por errores de cálculo tanto al usar papel y lápiz como en el uso de calculadoras. La Tabla 1 muestra las categorías y las causa que las propician.

Tabla 1. Categorización de errores en matemática según Abrate, Pochulu y Vargas

Categoría	Causa
Lenguaje matemático	Traducción incorrecta de enunciados
Información espacial	Incapacidad de pensar mediante imágenes
Asociaciones incorrectas	Generalización de reglas y propiedades
Recuperación de un esquema previo	Persistencia de contenidos o procesos de solución
Cálculos incorrectos o accidentales	Errores de cálculo con procedimientos correctos
Deficiencias en la construcción de conocimientos previos	Aprendizajes incorrectos o inadecuados
Ausencia de conocimientos previos	Carencia de aprendizajes de hechos, destrezas y conceptos

Tabla de categorización de los errores en matemática y sus causas, según Abrate, Pochulu y Vargas (2006). Adaptada por autor, 2013.

Un gran problema que Dawkins (2003) señala es la poca preocupación que los docentes muestran para corregir estos errores.

Cadenas (2007) concluye que “es preocupante que en la aplicación de una prueba con ítems que exigían un nivel mínimo de conocimientos para un bachiller, los porcentajes de aciertos hayan sido tan bajos”. “Además, podemos confirmar que nuestros estudiantes tienen una alta proporción de aprendizajes aparentes, sin contenido significativo” (p 81). En general, Cadena sostiene que los errores son producto la deficiencia en los conocimientos previos, la persistencia del pensamiento lineal y la existencia de concepciones incorrectas de la matemática.

Como resultado de la revisión documental, se distinguen tres grandes categorías sobre las cuales se pretende investigar, y que están representadas en:

- a) Deficiencias en lenguaje matemático: dadas en la falta de comprensión semántica que un estudiante posee para traducir el enunciado de un problema matemático en una ecuación.
- b) Asociación incorrecta: manifestada en la incapacidad del estudiante para adaptarse y adaptar su pensamiento a situaciones nuevas.
- c) Deficiencia en los conocimientos previos: evidenciada en el desconocimiento de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos en la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios (Abrate, Pochulu y Vargas, 2006).

III. NATURALEZA DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Los errores típicos se evidencian en la resolución de problemas matemáticos, por lo cual es necesario tener una aproximación al concepto de problema, como lo afirma Parra (1990), quien establece que "un problema lo es en la medida en que el sujeto al que se le plantea (o que se plantea él mismo) dispone de los elementos para comprender la situación que el problema describe y no dispone de un sistema de respuestas totalmente constituido que le permita responder de manera inmediata" (p.22).

A partir de la definición anterior es claro que los estudiantes deben disponer de unos elementos mínimos para resolver una situación.

La resolución de un problema matemático requiere de un proceso que incluye varias etapas, siendo la primera y las más importante que suele ser la fuente de errores, la traducción a una representación interna, ya sea de palabras o símbolos, para lo cual se hace necesario que el estudiante aplique conocimientos lingüísticos, semánticos, esquemáticos, declarativos y estratégicos (Sabagh, 2008). Además de la aplicación de conocimientos, es indispensable el uso de estrategias.

En la representación interna se hace necesario acudir a la identificación de las variables que inciden en la resolución de problemas. De acuerdo con Perales (1993), se clasifican en tres grandes grupos: a) dependiendo de la naturaleza del problema (precisión, univocidad, estructura, complejidad formal, demanda de la tarea, carácter abierto o cerrado, etc.), b) según el contexto de la resolución del problema (manipu-

lación de objetos reales, consulta a otras fuentes de información y/o tiempo de resolución), c) de acuerdo con el sujeto que soluciona el problema (habilidades cognitivas, creatividad, conocimiento teórico y/o factores personales); Estas últimas variables, como se aprecia en la Figura 1, pueden interactuar con las variables relacionadas con la naturaleza del problema abierto o cerrado (Martínez y Varela, 1997).

Figura 1. Variables en la resolución de problemas

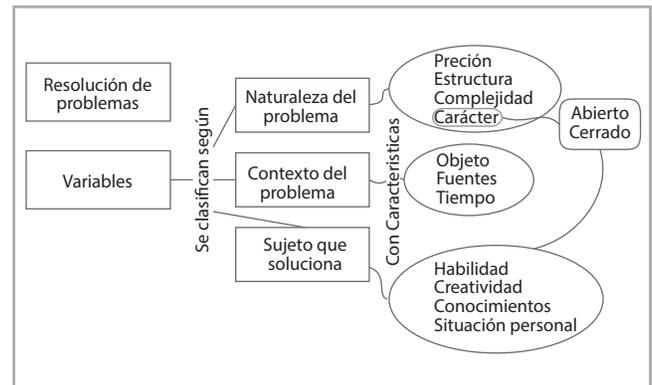


Figura 1. Gráfico explicativo sobre las variables a tener en cuenta para la resolución de problemas, sus características y relación; según Perales (1993) y Martínez y Varela (1997). Por: autor, 2013.

3.1 Aplicación de conocimientos en la resolución de problemas

La resolución de problemas matemáticos como objeto de estudio demanda la precisión de algunos conceptos y el hacer explícitos ciertos supuestos; ello permite proponer una respuesta a preguntas como: ¿qué es un problema?, ¿qué supone la resolución de problemas en términos de actividad cognitiva? y ¿qué tipos de conocimiento quedan involucrados en la resolución de problemas?, y desde un foco de interés particular responde a cuestionamientos como ¿es "enseñable" la resolución de problemas matemáticos? y ¿cómo puede orientarse en tal caso su enseñanza?

Si la resolución de problemas se delimita a situaciones de aprendizaje intencionalmente estructuradas y vinculadas con algún campo de estudio - como las que se dan en la dinámica escolar, supone que el sujeto que habrá de resolver el problema en cuestión, ha tenido acceso o ha construido un conocimiento declarativo (el qué) y un conocimiento procedimental (el cómo) que son requeridos como antecedentes necesarios para comprender información, establecer relaciones y utilizar procedimientos con la finalidad de llegar a resolver el problema que se le ha planteado.

Conviene especificar brevemente qué se entiende por conocimiento declarativo y el procedimental. Al respecto, Monereo et al. (2007) refieren que el conocimiento es declarativo "por cuanto puede comunicarse o declararse a través del lenguaje verbal" (p.25), esto

quiere decir que se trata de un conocimiento que ha sido construido mediante un proceso, el cual Marzano describe como "el primer paso en el aprendizaje de conocimiento declarativo de alguna área de contenido es agregar lo que no se sabe a lo ya conocido acerca del contenido" (1997, pp. 43-44), en otras palabras, es utilizar conocimientos previos de diversa índole para ir construyendo un nuevo conocimiento que a su vez servirá como elemento constructivo de otros saberes, y que se guarda para su posterior recuperación.

El conocimiento declarativo se evidencia cuando el estudiante es capaz de reconocer el tipo de fórmula o proceso que debe utilizar para resolver una situación dada; para ello involucra el conocimiento lingüístico, que se manifiesta cuando comprende el problema planteado, manejando conceptos y significados en cada tema. Entre tanto, el conocimiento estratégico se manifiesta con el uso de otros conocimientos, el conocimiento semántico se evidencia cuando aplica los conceptos específicos de cada tema y describe paso a paso la metodología necesaria para la resolución de un problema, y el conocimiento esquemático que se denota cuando el estudiante utiliza estructuras gráficas y/o conceptuales que le facilitan la solución de la situación; estos últimos forman estrategias para la resolución del problema. Por último, está el conocimiento procedimental el cual se encuentra ligado al estratégico y se utiliza para generar, como lo dice su nombre, los procesos y operaciones que el estudiante realiza en el momento de dar solución al problema.

Sabagh (2008) en su estudio sobre la resolución de problemas verbales muestra que el estudiante considera que toda la información dada en un problema es relevante y trata de utilizarla, de alguna manera, para resolver el problema. Indica además que no existe en el estudiante o no está desarrollado, un mecanismo que le permita extraer lo relevante de un problema para llegar a una solución rápida y efectiva.

IV. CONCLUSIONES

La corrección de errores en los estudiantes que ingresan a ingeniería requiere de un compromiso del profesor, el estudiante y la institución.

Establecer el tipo de conocimiento que los estudiantes aplican al resolver problemas puede conducir a elaborar estrategias de enseñanza efectivas que mejoren los procesos de aplicación de los mismos y por ende que disminuyan los errores cometidos por los estudiantes.

Teniendo en cuenta que son pocos los estudios dedicados a analizar el tipo de conocimiento que los estudiantes traen y aplican al enfrentarse a su primer curso de matemáticas en la universidad, lo que se

busca en adelante es generar un estudio que ahonde en estas cuestiones que tienen que ver más con los preconceptos del estudiante, sus saberes y competencias matemáticas al salir de la educación media y de su habilidad para ligarlas y racionalizarlas a la hora de resolver problemas que tienen que ver con los errores típicos que la literatura y multitud de estudios han desentrañado en diversos niveles de la actividad académica.

Los errores existen y continuarán existiendo en los estudiantes, los procesos de enseñanza y aprendizaje en la etapa primaria y secundaria deben ser revisados y reevaluados a la luz de objetivos claros de aprendizaje, con un currículo que exija tanto a profesores como a estudiantes. El profesor debe ser consciente del reto que implica ofrecer una educación de calidad y para ello debe tener en cuenta que debe capacitarse en cuestiones pedagógicas y didácticas lo mismo que debe estar al día en cuanto al uso de herramientas que las TIC ofrecen.

No se trata de indicar el error y realizar ejercicios sistemáticos para su erradicación, ya que esto puede causar el reforzamiento de conductas aprendidas y de ninguna manera aliviar el error. La ruta a seguir se encuentra haciendo que el estudiante se dé cuenta del error, que exprese el camino que llevó a cometerlo, y con la ayuda del docente redescubra nuevos caminos válidos y matemáticamente correctos para la solución de un problema. Es un proceso activo que involucra no solo al estudiante, sino también al profesor y a la institución.

Aprender de los errores o usarlos como motivación para el aprendizaje parece ser un posible camino para eliminar su presencia en los conocimientos de los estudiantes. "Debe ser el alumno el que reconozca que su saber es insuficiente o inadaptado, pues de lo contrario continuará recurriendo a él" (Pochulu, 2005, p.5). El docente debe utilizar el error como esta herramienta para mejorar su práctica educativa y poder brindar una mejor enseñanza a sus estudiantes. ■

V. REFERENCIAS

1. Abrate, R., Pochulu, M., y Vargas, J. (2006). *Educación Matemática*. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María.
2. Cadenas, R. (2007). Carencias, dificultades y errores en los conocimientos matemáticas en alumnos de primer semestre de la Escuela de educación de la Universidad de los Andes. *Revista Orbis*, 2 (6), 68-84.

3. Centro de Estudios sobre Desarrollo Económico - CEDE. (2009). *Deserción en educación superior. Determinantes y recomendaciones de política*. Recuperado el 15 de Noviembre de 2009, de Notas de Política: http://economia.uniandes.edu.co/investigaciones_y_publicaciones/CEDE/publicaciones/Notas_de_Politica
4. Cervantes, G. y Martínez, R. (2007). *Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos*. Recuperado el 2 de Septiembre de 2009, de http://ciruelo.uninorte.edu.co/pdf/zona_proxima/8/4_Sobre%20algunos%20errores.pdf
5. Cossio, J. y Tejada, D. (1999). Errores típicos en los estudiantes de primer semestre de universidad. *Revista Dyna* 128: 1-8 Recuperado el 31 de Agosto de 2009, de <http://www2.unalmed.edu.co/dyna2005/128/ERRORES%20TIPICOS.pdf>
6. Centro de Microdatos. Departamento de Economía (agosto 2008). *Informe Final. Estudio sobre las causas de deserción universitaria*. Santiago de Chile: Universidad de Chile.
7. Lago, M. (2000). Fracaso escolar en matemáticas. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 53 (1): 43-62.
8. Marzano, R., y Brandt, R. (1988). *Dimensions of Thinking: A Framework for Curriculum and instruction*. Association for Supervision and curriculum Development.
9. Ministerio de Educación Nacional (2006). Deserción estudiantil: prioridad en la agenda. *Educación Superior* (7), 14-17.
10. Monereo, C. (2007). *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*. (12 ed.). México: Grao.
11. Parra, B. (1990). Dos concepciones de resolución de problemas. *Revista Educación Matemática*, 2 (3), 22-31.
12. Perales, F. (1993). La resolución de problemas: una revisión estructurada. *Enseñanza de la Ciencias*, 11 (2), 170-178.
13. Pochulu, M. (2005). Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, 35, 1-14.
14. Polya, G. (1995). *Como plantear y resolver problemas*. (19 ed.). México: Trillas.
15. Sabagh, S. (2008). Solución de problemas aritméticos redactados y control inhibitorio cognitivo. *Universitas Psychologica*, 7 (1), 215-227.
16. Sánchez, M., Sarmiento, A., y Seijas, A. (septiembre de 2004). *Los errores como motivación para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Trabajo presentado en XII Jornadas de Asociación Española de Profesores Universitarios de Matemáticas para la Economía y la Empresa - ASEPUMA, Murcia, España. Recuperado el 17 de Septiembre de 2009, de http://www.uv.es/asepuma/XII/comunica/sanchez_sarmiento_seijas.pdf
17. Xiao, L. Y. (2008). Research on Students' Misconceptions to Improve Teaching and Learning in School Mathematics and Science. *Journal of the School Science and Mathematics Association*, 108 (1), 4.